

Olympiade 2001, Washington, États-Unis d'Amérique

Problème 1

Soit ABC un triangle dont tous les angles sont aigus et dont O est le centre du cercle circonscrit. Soit P le pied de la hauteur abaissée de A sur BC .

On suppose que $\widehat{BCA} \geq \widehat{ABC} + 30^\circ$.

Montrer que $\widehat{CAB} + \widehat{COP} < 90^\circ$.

Problème 2

Montrer que pour tous réels strictement positifs a, b et c , on a

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + 8bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 8ca}} + \frac{c}{\sqrt{c^2 + 8ab}} \geq 1$$

Problème 3

Vingt-et-une filles et vingt-et-un garçons ont participé à une compétition mathématique

- chaque participant a résolu au plus six problèmes ;
- pour chaque fille et chaque garçon, un même problème, au moins, a été résolu par chacun d'eux.

Montrer qu'il y a un même problème, au moins, qui a été résolu par au moins trois filles et trois garçons.

Problème 4

Soit n un entier impair strictement supérieur à 1 et k_1, k_2, \dots, k_n des entiers donnés.

Pour chacune des $n!$ permutations de l'ensemble $\{1, 2, \dots, n\}$,

on pose $n!$ $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ $\{1, 2, \dots, n\}$

$$S(a) = \sum_{i=1}^n k_i a_i.$$

Montrer qu'il existe deux permutations b et c distinctes, telles que $n!$ divise $S(b) - S(c)$.

Problème 5

Dans un triangle ABC , la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} rencontre BC en P et la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} rencontre CA en Q .

On sait que l'angle \widehat{BAC} a pour valeur 60° et que $AB + BP = AQ + QB$.

Quelles sont les valeurs possibles des angles du triangle ABC ?

Problème 6

Soit a, b, c, d des entiers tels que $a > b > c > d > 0$. On suppose que

$$ac + bd = (b + d + a - c)(b + d - a + c).$$

Montrer que $ab + cd$ n'est pas un nombre premier.

[[Page principale Daaramath](#) - [A propos](#) -]

[[Cours](#) - [Sujets et Corrigés Bac et CGS Sénégal](#) - [Exercices et Problèmes](#)]

[[Histoire](#) - [News du jour](#) - [Un peu de divertissement](#) - [Contact](#)]

Daara Math

Copyright DaaraMath
2008-2010
contact (at) daaramath.com

Pour toute question concernant DaaraMath : contact (at) daaramath.com
Nous remercions l'équipe de Yann Olivier pour les ressources mises en ligne.