

Olympiade 2004, Athènes, Grèce

Problème 1

Soit un triangle ABC dont tous les angles sont aigus et dans lequel $AB \neq AC$. Le cercle de diamètre $[BC]$ rencontre les côtés $[AB]$ et $[AC]$ respectivement en M et N . On note O le milieu du côté $[BC]$. Les bissectrices des angles \widehat{BAC} et \widehat{MON} se coupent en R . Montrer que les cercles circonscrits aux triangles BMR et CNR se rencontrent en un point du côté $[BC]$.

Problème 2

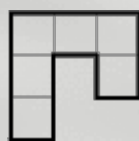
Trouver tous les polynômes $P(x)$ à coefficients réels qui vérifient l'égalité :

$$P(a-b) + P(b-c) + P(c-a) = 2P(a+b+c)$$

pour tous réels a, b, c tels que $ab + bc + ca = 0$

Problème 3

On appelle *crochet* une figure constituée de six carrés unités disposés comme ci-dessous :



ou toute figure obtenue à partir de celle-ci par rotations ou réflexions.

Trouver tous les rectangles de taille $m \times n$ vérifiant :

un tel rectangle est recouvert pas des crochets sans trou et sans chevauchement ; aucun crochet ne sort du rectangle.

Problème 4

Soit $n \geq 3$ un entier. Soit t_1, \dots, t_n des réels strictement positifs tels que :

$$n^2 + 1 > (t_1 + \dots + t_n) \left(\frac{1}{t_1} + \dots + \frac{1}{t_n} \right)$$

Montrer que t_i, t_j, t_k sont les longueurs des côtés d'un triangle pour tous i, j, k tels que $1 \leq i < j < k \leq n$.

Problème 5

Dans un quadrilatère convexe $ABCD$ la diagonale BD n'est, ni la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} , ni la bissectrice de l'angle \widehat{CDA} . Un point P est intérieur à $ABCD$ et vérifie $\widehat{PBC} = \widehat{DBA}$ et $\widehat{PDC} = \widehat{BDA}$.

Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est inscriptible si et seulement si $AP = CP$

Problème 6

Un entier positif est dit *alternant* si deux chiffres consécutifs quelconques de son écriture décimale ont des parités différentes. Trouver tous les entiers strictement positifs n dont un multiple est alternant.

[[Page principale Daaramath](#) - [A propos](#) -]
 [[Cours](#) - [Sujets et Corrigés Bac et CGS Sénégal](#) - [Exercices et Problèmes](#)]
 [[Histoire](#) - [News du jour](#) - [Un peu de divertissement](#) - [Contact](#)]



The logo for Daara Math features the text 'Daara Math' in a bold, red, sans-serif font. The letters are slightly shadowed, giving a 3D effect. The text is centered within a light yellow rectangular background.

Copyright DaaraMath
 2008-2010
 contact (at) daaramath.com

Pour toute question concernant DaaraMath : contact (at) daaramath.com
 Nous remercions l'équipe de Yann Olivier pour les ressources mises en ligne.