

Olympiade 2005, Mérida, Mexique

Problème 1

Six points sont choisis sur les côtés d'un triangle équilatéral ABC : A_1, A_2 sur BC et B_1, B_2 sur CA et C_1, C_2 sur AB . Ces points sont les sommets d'un hexagone convexe $A_1A_2B_1B_2C_1C_2$ dont les côtés sont égaux. Montrer que les droites A_1B_2 , B_1C_2 et C_1A_2 sont concourantes.

Problème 2

Soit a_1, a_2, \dots une suite d'entiers ayant une infinité de termes strictement positifs et une infinité de termes strictement négatifs. On suppose que, pour chaque entier strictement positif n , les nombres a_1, a_2, \dots, a_n ont n restes deux à deux différents après division par n . Montrer que chaque entier figure exactement une fois dans la liste.

Problème 3

Soit x, y, z des réels positifs tels que $xyz \geq 1$. Montrer que :

$$\frac{x^5 - x^2}{x^5 + y^2 + z^2} + \frac{y^5 - y^2}{y^5 + z^2 + x^2} + \frac{z^5 - z^2}{z^5 + x^2 + y^2} \geq 0$$

Problème 4

On considère la suite a_1, a_2, \dots définie par :

$$a_n = 2^n + 3^n + 6^n - 1 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

Trouver tous les entiers strictement positifs qui sont premiers avec chaque terme de la suite.

Problème 5

Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe dont les côtés BC et AD sont égaux et non parallèles. Deux points E et F respectivement intérieurs aux côtés BC et AD vérifient $BE = DF$. Les droites AC et BD se coupent en P , les droites BD et EF se coupent en Q , les droites EF et AC se coupent en R . On considère tous les triangles PQR lorsque E et F varient. Montrer que les cercles circonscrits à ces triangles ont un point commun autre que P .

Problème 6

Dans un concours mathématique 6 problèmes ont été posés aux concurrents. Toute paire de problèmes a été résolue par strictement plus de deux cinquièmes des concurrents. Personne n'a résolu les 6 problèmes. Montrer qu'au moins deux concurrents ont résolu, chacun, exactement 5 problèmes.

[[Page principale Daaramath](#) - [A propos](#) -]
[[Cours](#) - [Sujets et Corrigés Bac et CGS Sénégal](#) - [Exercices et Problèmes](#)]
[[Histoire](#) - [News du jour](#) - [Un peu de divertissement](#) - [Contact](#)]

The logo for Daara Math features the text "Daara Math" in a bold, red, sans-serif font. The text is centered within a light yellow rectangular background that has a subtle gradient and a slight drop shadow, giving it a three-dimensional appearance.

Copyright DaaraMath
2008-2010
contact (at) daaramath.com

Pour toute question concernant DaaraMath : contact (at) daaramath.com
Nous remercions l'équipe de Yann Olivier pour les ressources mises en ligne.