

Olympiade 2006, Ljubljana, Slovénie

Problème 1

Soit ABC un triangle de centre du cercle inscrit I . Un point P à l'intérieur du triangle vérifie $\widehat{PBA} + \widehat{PCA} = \widehat{PBC} + \widehat{PCB}$. Montrer que $AP \geq AI$ et que l'égalité a lieu si, et seulement si $P = I$.

Problème 2

Soit P un polygone régulier à 2006 côtés. Une de ses diagonales est dite *bonne* si elle divise le bord de P en deux parties chacune composée d'un nombre pair de côtés de P . Les côtés sont aussi qualifiés de *bons*. On suppose que P a été partitionné en triangles grâce à 2003 diagonales, deux d'entre elles n'ayant aucun point en commun dans l'intérieur de P . Quel est le nombre maximum de triangles isocèles pouvant apparaître dans une telle configuration ?

Problème 3

Déterminer le plus petit réel M pour lequel l'inégalité :

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

est vérifiée pour tous nombres réels a , b et c .

Problème 4

Trouver tous les couples d'entiers (x, y) tels que :

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Problème 5

Soit $P(x)$ un polynôme de degré $n > 1$ à coefficients entiers. Soit k un entier strictement positif. On considère le polynôme $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$, où P apparaît k fois. Montrer qu'il existe au plus n entiers t tels que $Q(t) = t$.

Problème 6

On associe à chaque côté b d'un polygone P l'aire maximale d'un triangle qui a b pour côté et qui est contenu dans P . Montrer que la somme des aires associées aux côtés de P est au moins le double de l'aire de P .

[[Page principale Daaramath](#) - [A propos](#) -]

[[Cours](#) - [Sujets et Corrigés Bac et CGS Sénégal](#) - [Exercices et Problèmes](#)]

[[Histoire](#) - [News du jour](#) - [Un peu de divertissement](#) - [Contact](#)]

The logo for Daara Math, featuring the words "Daara Math" in a bold, red, sans-serif font with a slight shadow effect, set against a light yellow rectangular background.

Copyright DaaraMath
2008-2010
contact (at) daaramath.com

Pour toute question concernant DaaraMath : contact (at) daaramath.com
Nous remercions l'équipe de Yann Olivier pour les ressources mises en ligne.