

# Olympiade 1998

## Taïpei, Taïwan

---

### Problème 1

Dans un quadrilatère convexe  $ABCD$ , les diagonales  $AC$  et  $BD$  sont perpendiculaires et les côtés opposés  $AB$  et  $DC$  ne sont pas parallèles. On suppose que le point  $P$ , intersection des médiatrices de  $AB$  et de  $DC$ , se trouve à l'intérieur de  $ABCD$ . Prouver que le quadrilatère  $ABCD$  est inscriptible si et seulement si les triangles  $ABP$  et  $CDP$  ont même aire.

---

### Problème 2

Une compétition regroupe  $a$  participants et  $b$  examinateurs, où  $b \geq 3$  est un nombre entier impair. Chaque examinateur attribue à chaque participant une des mentions « réussi » ou « échoué ». On suppose que le nombre  $k$  est tel que : pour deux examinateurs quelconques, leurs décisions coïncident pour au plus  $k$  participants. Prouver que

$$\frac{k}{a} \geq \frac{b-1}{2b}$$

---

### Problème 3

Pour tout entier  $n$  strictement positif,  $d(n)$  désigne le nombre de diviseurs positifs de  $n$  (y compris  $1$  et  $n$ ).

Trouver tous les entiers strictements positifs  $k$  pour lesquels il existe un  $n$  tel que

$$\frac{d(n^2)}{d(n)} = k$$

---

### Problème 4

Trouver tous les couples  $(a, b)$  d'entiers strictement positifs tels que  $ab^2 + b + 7$  divise  $a^2b + a + b$ .

---

## Problème 5

Soit  $I$  le centre du cercle inscrit dans le triangle  $ABC$ . Ce cercle est tangent aux côtés  $BC$ ,  $CA$  et  $AB$  du triangle, en les points  $K$ ,  $L$  et  $M$  respectivement. La droite parallèle à  $MK$  passant par  $B$  coupe les droites  $LM$  et  $LK$  respectivement en  $R$  et  $S$ . Prouver que l'angle  $RIS$  est aigu.

---

## Problème 6

On considère toutes les applications  $f$  de l'ensemble  $\mathbb{N}^*$  de tous les entiers strictement positifs dans lui-même vérifiant

$$f(t^2 f(s)) = s(f(t))^2$$

quels que soient  $s$  et  $t$  dans  $\mathbb{N}^*$ .

Déterminer la plus petite valeur possible de  $f(1998)$ .

---

[ [Page principale Daaramath](#) - [A propos](#) - ]

[ [Cours](#) - [Sujets et Corrigés Bac et CGS Sénégal](#) - [Exercices et Problèmes](#) ]

[ [Histoire](#) - [News du jour](#) - [Un peu de divertissement](#) - [Contact](#) ]

The logo for Daara Math, featuring the words "Daara Math" in a bold, red, sans-serif font with a slight shadow effect, set against a light yellow rectangular background.

Copyright DaaraMath  
2008-2010  
contact (at) daaramath.com

Pour toute question concernant DaaraMath : contact (at) daaramath.com  
Nous remercions l'équipe de Yann Olivier pour les ressources mises en ligne.